РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З КІНЕМАТИКИ НА ВІДНОСНІСТЬ РУХУ

Василь РЖЕПЕЦЬКИЙ, канд. фіз. – мат. наук, доцент, вчитель фізики КЗО «Криворізький обласний ліцей-інтернат для сільської молоді»
Микола СЛЮСАРЕНКО, канд. пед. наук, доцент кафедри фізики та методики її навчання Криворізького державного педагогічного університету.
Людмила БАЛАБАЄВА, вчитель фізики вищої категорії КЗО «Криворізький обласний ліцей-інтернат для сільської молоді»

Розв’язування задач є невід’ємною складовою навчального процесу, яка орієнтована на залучення учнів до активної навчально-пізнавальної діяльності, через створення і вирішення проблемних ситуацій, формування їх логічного мислення. “Фізична задача – це ситуація, що вимагає від учнів мисленнєвих і практичних дій на основі законів та методів фізики, дій спрямованих на оволодіння знаннями з фізики, уміннями застосовувати їх на практиці і на розвиток мислення” [5]. Розв’язування фізичних задач є одним з найбільш ефективних, дієвих методів навчання фізики.

Аналіз результатів зовнішнього незалежного оцінювання учнів з фізики засвідчує наявність серйозних проблем в засвоєнні теорії, розумінні фізичних явищ і процесів. Низький відсоток розв’язаних задач з короткою відповіддю , говорить про недостатню сформованість практичних умінь застосувати теорію, невміння знаходити оптимальні методи розв’язування фізичних задач.

Значні труднощі виникають в учнів при розв’язуванні задач на відносність руху. в яких для опису різноманітних явищ природи необхідно здійснити вибір системи відліку.

Вашій увазі пропонуються розв’язки задач на відносність руху з детальними поясненнями, які допоможуть учням краще зрозуміти хід міркувань, що приводить до відповіді.

Задача 1. [4]. По паралельних прямолінійних ділянках двоколійної залізниці назустріч один одному рівномірно рухаються два поїзди. Пасажир сидить біля вікна у вагоні поїзда, який рухається зі швидкістю 63 км/год відносно землі. Визначте час, протягом якого він бачитиме зустрічний поїзд, що проходить повз нього. Довжина зустрічного поїзда становить 300 м, а його швидкість дорівнює 45 км/год відносно землі. Відповідь запишіть у секундах.

Зобразимо на рис. 1.1 зустрічний поїзд, який рухається зі швидкістю $v_2 = 45\ \text{км/год}$, і пасажира поїзда, який рухається зі швидкістю $v_1 = 63\ \text{км/год}$.

Щоб знайти час, протягом якого пасажир бачитиме зустрічний поїзд, треба знати швидкість пасажира відносно другого поїзда $\vec{v}_{12}$.

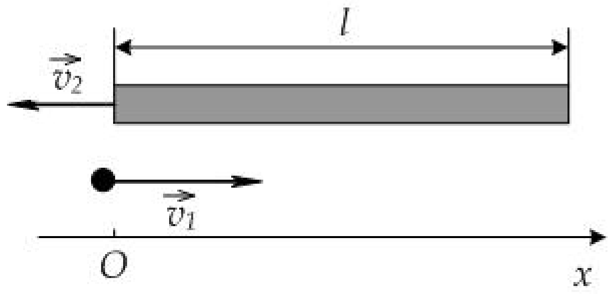

Рис. 1.1

Згідно з теоремою додавання швидкостей швидкість тіла відносно нерухомої системи відліку (СВ) ($\vec{v}_{\text{тн}}$) дорівнює швидкості тіла відносно рухомої СВ ($\vec{v}_{\text{тр}}$) плюс швидкість рухомої СВ відносно нерухомої ($\vec{v}_{\text{рн}}$) :

$$\vec{v}_{\text{тн}} = \vec{v}_{\text{тр}} + \vec{v}_{\text{рн}}. \tag{1.1}$$

Нерухома СВ – земля, швидкість першого поїзда відносно землі $\vec{v}_{\text{тн}} = \vec{v}_1$, другий поїзд є рухомою системою відліку $\vec{v}_{\text{рн}} = \vec{v}_2$, швидкість першого поїзда відносно другого $\vec{v}_{\text{тр}} = \vec{v}_{12}$. Перепишемо вираз (1.1), врахувавши ці позначення:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_2. \tag{1.2}$$

З виразу (1.2) відносна швидкість $\vec{v}_{12}$ дорівнює:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2. \tag{1.3}$$

Спроектуємо вираз (1.3) на вісь *Ox* (див. рис. 1.1):

$$v_{12x} = v_{1x} - v_{2x} = v_1 - (-v_2) = v_1 + v_2.$$

Переведемо одиниці вимірювання швидкостей в м/с:

$$v_1 = 63\,\frac{\text{км}}{\text{год}} = 17{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\ ;\ v_2 = 45\,\frac{\text{км}}{\text{год}} = 12{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Відносна швидкість дорівнює:

$$v_{12} = 17{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}} + 12{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}} = 30\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Час, протягом якого пасажир бачитиме зустрічний поїзд, дорівнює:

$$t = \frac{l}{v_{12}}\ ;\ \ t = \frac{300\ \text{м}}{30\,\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 10\ \text{с}.$$

Задача 2. [4]. Паралельними дорогами в одному напрямку рухаються поїзд довжиною 100 м та маленький легковий автомобіль. Швидкість поїзда дорівнює 54 км/год, швидкість автомобіля – 72 км/год. Визначте, скільки часу знадобиться автомобілю, щоб випередити поїзд (проїхати від останнього до першого вагона). Відповідь запишіть у секундах.

Щоб знайти час обгону, треба знати відносну швидкість автомобіля відносно поїзда. Покажемо на рис. 2.1 поїзд довжиною $l_1 = 100$ м, який рухається зі швидкістю $v_1 = 54\,\frac{\text{км}}{\text{год}} = 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, і автомобіль, швидкість якого $v_2 = 72\,\frac{\text{км}}{\text{год}} = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

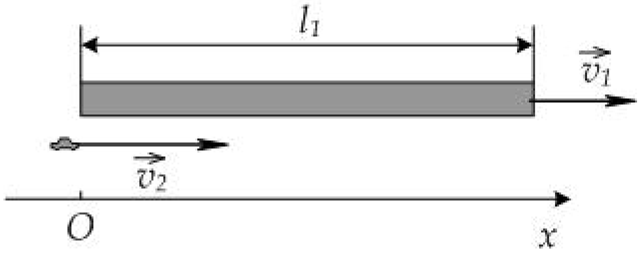

Рис. 2.1

Як і в попередній задачі за теоремою додавання швидкостей:

$$\vec{v}_{\text{тн}} = \vec{v}_{\text{тр}} + \vec{v}_{\text{рн}}. \quad (2.1)$$

Нерухомою системою відліку є земля, а поїзд є рухомою системою відліку. Швидкість автомобіля відносно землі $\vec{v}_{\text{тн}} = \vec{v}_2$, швидкість поїзда відносно землі $\vec{v}_{\text{рн}} = \vec{v}_1$, швидкість автомобіля відносно поїзда $\vec{v}_{\text{тр}} = \vec{v}_{21}$. Вираз (2.1) тепер матиме вид:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_1. \quad (2.2)$$

З виразу (2.2) знайдемо відносну швидкість $\vec{v}_{21}$:

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1. \quad (2.3)$$

Спроектуємо вираз (2.3) на вісь *Ox* (див. рис. 2.1):

$$v_{21x} = v_{2x} - v_{1x}\,; \quad v_{21x} = v_2 - v_1$$

$$v_{21x} = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}} - 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}} = 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Час обгону дорівнює:

$$t = \frac{l_1}{v_{21}}\,; \;\; t = \frac{100\ \text{м}}{5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 20\ \text{с}.$$

Задача 3. [2]. Легковий автомобіль рухається зі швидкістю 20 м/с за вантажним, швидкість якого 16,5 м/с. У момент початку обгону водій легкового автомобіля побачив зустрічний міжміський автобус, який рухається зі швидкістю 25 м/с. При якій найменшій відстані до автобуса можна починати обгін, якщо на початку обгону легковий автомобіль був за вантажним на відстані 15 м, а на кінець обгону він має бути попереду нього на відстані 20 м?

Під час розв’язування задачі будемо нехтувати розмірами автомобілів. На рис. 3.1 показані положення автомобілів на початок обгону (верхня частина рисунка) і на кінець (нижня частина). В задачі потрібно знайти відстань *l*.

l_1 і l_2 – це відстані між легковим автомобілем і вантажним на початку і в кінці обгону (l_1 = 15 м, l_2 = 20 м), l_3 – шлях, який проїде вантажний автомобіль за час обгону, l_4 – шлях, який проїде автобус за цей же час.

Визначимо час обгону. Для цього виберемо систему відліку (СВ), зв’язану з вантажним автомобілем. В цій СВ вантажний автомобіль нерухомий, а легковий проїжджає відносно вантажного шлях $l_1 + l_2$ (див. рис. 3.2).

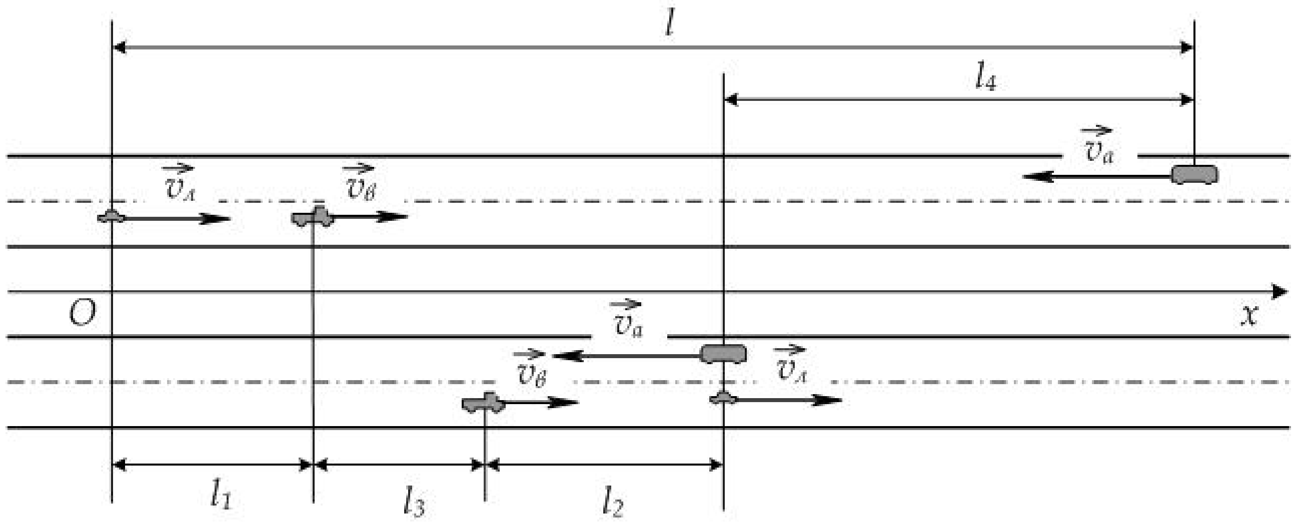

Рис. 3.1.

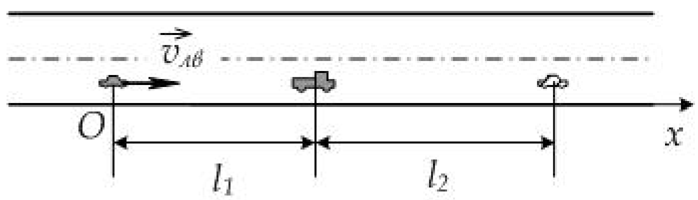

Рис. 3.2.

Згідно з теоремою додавання швидкостей швидкість тіла відносно нерухомої СВ дорівнює швидкості тіла відносно рухомої СВ плюс швидкість рухомої СВ відносно нерухомої:

$$\vec{v}_{\text{тн}} = \vec{v}_{\text{тр}} + \vec{v}_{\text{рн}}. \tag{3.1}$$

Швидкість легкового автомобіля відносно землі $\vec{v}_{\text{тн}} = \vec{v}_{\text{л}}$, швидкість вантажного автомобіля (рухомої системи відліку) відносно землі $\vec{v}_{\text{рн}} = \vec{v}_{\text{в}}$, швидкість легкового автомобіля відносно вантажного $\vec{v}_{\text{тр}} = \vec{v}_{\text{лв}}$ і вираз (3.1) матиме вид:

$$\vec{v}_{\text{л}} = \vec{v}_{\text{лв}} + \vec{v}_{\text{в}}. \tag{3.2}$$

З виразу (3.2) відносна швидкість дорівнює:

$$\vec{v}_{\text{лв}} = \vec{v}_{\text{л}} - \vec{v}_{\text{в}}. \tag{3.3}$$

Знайдемо проекцію $\vec{v}_{\text{лв}}$ на вісь Ox:

$$v_{\text{лв}x} = v_{\text{л}} - v_{\text{в}}\,; \quad v_{\text{лв}x} = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 16{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 3{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Час обгону:

$$t_o = \frac{l_1 + l_2}{v_{12}}\,; \quad t_o = \frac{35\ \text{м}}{3{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 10\ \text{с}.$$

За час обгону вантажний автомобіль проїде

$$l_3 = v_{2з} \cdot t_o\,; \ l_3 = \ 16{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 10\ \text{с} = 165\ \text{м}.$$

Автобус за цей же час проїде

$$l_4 = v_а \cdot t_o\,; \; l_4 = \; 25\,\frac{м}{с} \cdot 10\ с = 250\ м.$$

Відстань до автобуса на початку обгону (див. рис. 3.1):

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4\,; \quad l = 15\ м + 20\ м + 165\ м + 250\ м = 450\ м.$$

Задача 4. [4]. Озером пливуть два човни перпендикулярно один до одного зі швидкостями 3 м/с та 4 м/с відносно берега. Яка швидкість першого човна відносно другого? Відповідь запишіть у м/с.

Покажемо на рисунку (див. рис. 4.1а) швидкості човнів та осі системи координат.

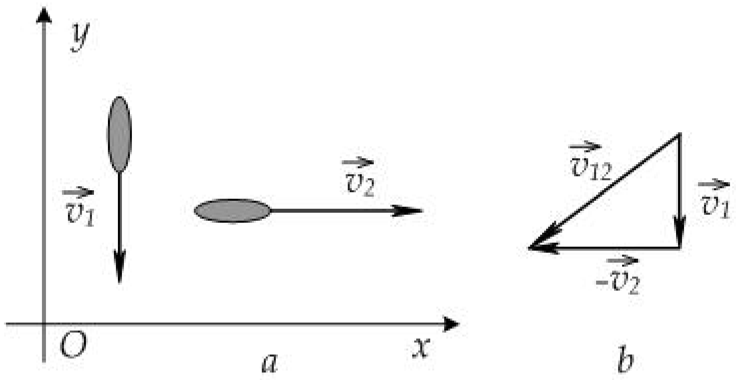

Рис. 4.1

За теоремою додавання швидкостей швидкість тіла відносно нерухомої СВ дорівнює швидкості тіла відносно рухомої СВ плюс швидкість рухомої СВ відносно нерухомої:

$$\vec{v}_{тн} = \vec{v}_{тр} + \vec{v}_{рн}. \tag{4.1}$$

Знайти потрібно швидкість першого човна відносно другого, отже, другий човен – рухома СВ. Швидкість першого човна відносно води $\vec{v}_{тн} = \vec{v}_1$, швидкість другого човна (рухомої СВ) відносно води $\vec{v}_{рн} = \vec{v}_2$, швидкість першого човна відносно другого $\vec{v}_{тр} = \vec{v}_{12}$. Вираз (4.1) матиме вид:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_2. \tag{4.2}$$

З (4.2) знайдемо відносну швидкість:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2. \tag{4.3}$$

На рис. 4.1*b* вираз (4.3) проілюстровано. Оскільки шукана швидкість є гіпотенузою прямокутного трикутника, то її модуль можна знайти за теоремою Піфагора:

$$v_{12} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}\,; \quad v_{12} = \sqrt{9\,\frac{м^2}{с^2} + 16\,\frac{м^2}{с^2}} = 5\,\frac{м}{с}.$$

v_{12} можна знайти й іншим чином. Знайдемо проекції $\vec{v}_{12}$ на осі *Ox* та *Oy*.

$$v_{12x} = -v_2\,, \qquad v_{12y} = -v_1\,.$$

Модуль $\vec{v}_{12}$ дорівнює:

$$v_{12} = \sqrt{v_{12x}^2 + v_{12y}^2} = \sqrt{v_2^2 + v_1^2} = 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Задача 5. [2]. Катер, перетинаючи річку, рухається перпендикулярно до її течії зі швидкістю 4 *м/с* у системі відліку, зв'язаній з водою. На скільки метрів знесе течія катер, якщо ширина річки 800 *м*, а швидкість течії 1 *м/с*?

Виконаємо рисунок до задачі (див. рис. 5.1). Вкажемо початкове положення катера (т. А), його швидкість відносно води $\vec{v}_{\text{кв}}$ і швидкість течії відносно берега $\vec{v}_{\text{вб}}$. Відмітимо, що в стоячій воді катер приплив би у т. В; отже, $\vec{S}_{\text{кв}}$ – це переміщення катера відносно води: $\vec{S}_{\text{кв}} = \vec{v}_{\text{кв}} \cdot t$, де t – це час переправи. Течія зносить катер перпендикулярно до його швидкості; це переміщення дорівнює $\vec{S}_{\text{вб}} = \vec{v}_{\text{вб}} \cdot t$. Переміщення катера відносно берега буде $\vec{S}_{\text{кб}}$ і він пристане до протилежного берега в т. С.

$$\vec{S}_{\text{кб}} = \vec{S}_{\text{кв}} + \vec{S}_{\text{вб}} = \vec{v}_{\text{кв}} \cdot t + \vec{v}_{\text{вб}} \cdot t.$$

Знайдемо проекції переміщення $\vec{S}_{\text{кб}}$ на осі системи координат *Ox* та *Oy*.

$$S_{\text{кб}x} = S_{\text{вб}} = l\,; \quad S_{\text{кб}y} = S_{\text{кв}} = L.$$

Однак $S_{\text{вб}} = v_{\text{вб}} \cdot t,\;\; S_{\text{кв}} = v_{\text{кв}} \cdot t$, де t – це час переправи.

Отримуємо: $\begin{cases} l = v_{\text{вб}} \cdot t \\ L = v_{\text{кв}} \cdot t \end{cases}$, звідки:

$$l = L \cdot \frac{v_{\text{вб}}}{v_{\text{кв}}}\,; \quad l = 800\ \text{м} \cdot \frac{1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{4\,\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 200\ \text{м}.$$

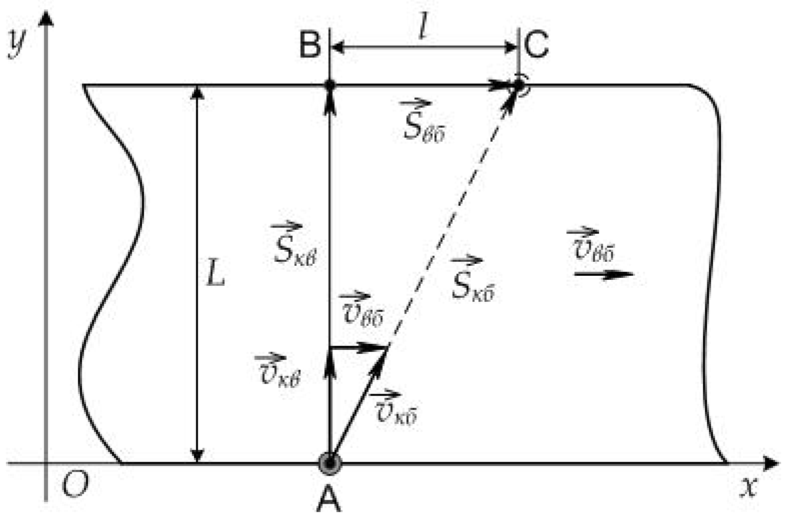

Рис. 5.1

З виразу $L = v_{\text{кв}} \cdot t$ випливає, що час переправи не залежить від швидкості течії. Це стосується, звичайно, тільки випадку, коли швидкість човна відносно води перпендикулярна течії. Час переправи дорівнює

$$t = \frac{L}{v_{\text{кт}}}\ ; \quad t = \frac{800\ \text{м}}{4\,\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 200\ \text{с}.$$

За цей час течія знесе катер на відстань

$$l = v_{\text{тб}} \cdot t\ ; \ \ l = 1\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 200\ \text{с} = 200\ \text{м}.$$

Задача 6. [3]. Двома дорогами, що перетинаються під кутом 60°, рівномірно рухаються два автомобілі, швидкості яких відносно землі дорівнюють v_1 = 72 км/год і v_2 = 54 км/год (див. рис. 6.1). Визначте модуль швидкості одного автомобіля відносно іншого у м/с. Результат округліть до десятих.

Згідно з теоремою додавання швидкостей швидкість тіла відносно нерухомої системи відліку (СВ) дорівнює швидкості тіла відносно рухомої СВ плюс швидкість рухомої СВ відносно нерухомої:

$$\vec{v}_{\text{тн}} = \vec{v}_{\text{тр}} + \vec{v}_{\text{рн}}. \tag{6.1}$$

Будемо вважати другий автомобіль рухомою системою відліку. В цьому випадку $\vec{v}_{\text{тн}} = \vec{v}_1$, $\vec{v}_{\text{рн}} = \vec{v}_2$, $\vec{v}_{\text{тр}} = \vec{v}_{12}$ і вираз (6.1) матиме вид:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_2. \tag{6.2}$$

З виразу (6.2) знайдемо відносну швидкість:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 + (-\vec{v}_2). \tag{6.3}$$

Вектор $(-\vec{v}_2)$ – це швидкість, модуль якої дорівнює модулю $\vec{v}_2$, але направлена вона протилежно. Позначимо цю швидкість $\vec{v}\,'$. Ще раз підкреслимо, що модуль $|\vec{v}\,'| = |\vec{v}_2| = v_2$. Вираз (6.3) набуває виду

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 + \vec{v}\,'. \tag{6.4}$$

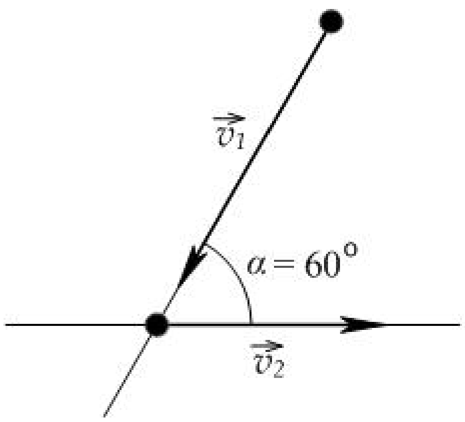

Рис. 6.1

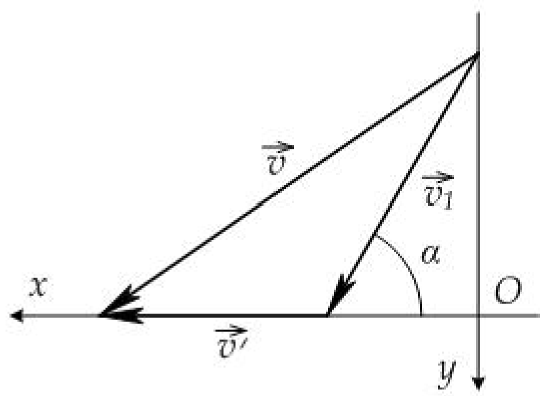

Рис. 6.2

Рисунок 6.2 ілюструє останнє рівняння.

Для спрощення запису відносну швидкість $\vec{v}_{12}$ позначатимемо $\vec{v}$.

Модуль відносної швидкості знайдемо за виразом:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Знайдемо проекції v_x та v_y. Вісь *Ox* направимо вліво, вісь *Oy* – вниз (див. рис. 6.2).

$$v_x = v_{1x} + v'_x = v_1 cos\alpha + v_{2.}$$

$$v_y = v_1 sin\alpha.$$

Перед початком обчислень переведемо швидкості автомобілів у м/с:

$$v_1 = 72\,\frac{\text{км}}{\text{год}} = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}};\quad v_2 = 54\,\frac{\text{км}}{\text{год}} = 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v_x = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\frac{1}{2} + 15\,\frac{\text{м}}{\text{с}} = 25\,\frac{\text{м}}{\text{с}};\quad v_y = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v = \sqrt{25^2 + 10^2\cdot 3} = \sqrt{625 + 300} = \sqrt{925} = 30{,}4138 \approx 30{,}4\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$v_{12} = 30{,}4\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Задача 7. [1]. Човен пливе через річку шириною *L* = 500 м зі швидкістю *v* = 5,2 м/с відносно води, тримаючи курс під кутом α = 30° до берега (див. рис. 7.1). Внаслідок зносу човна течією він припливає з точки *O* до точки *C*, розташованої на відстані *l* = 100 м від точки *B*. Яка швидкість *u* течії річки?

Зобразимо на рис. 7.1 переміщення човна відносно берега $\vec{S}$. Воно дорівнює $\vec{S} = \vec{v}_a \cdot t$, де $\vec{v}_a$ – швидкість човна відносно берега, t – час його руху.

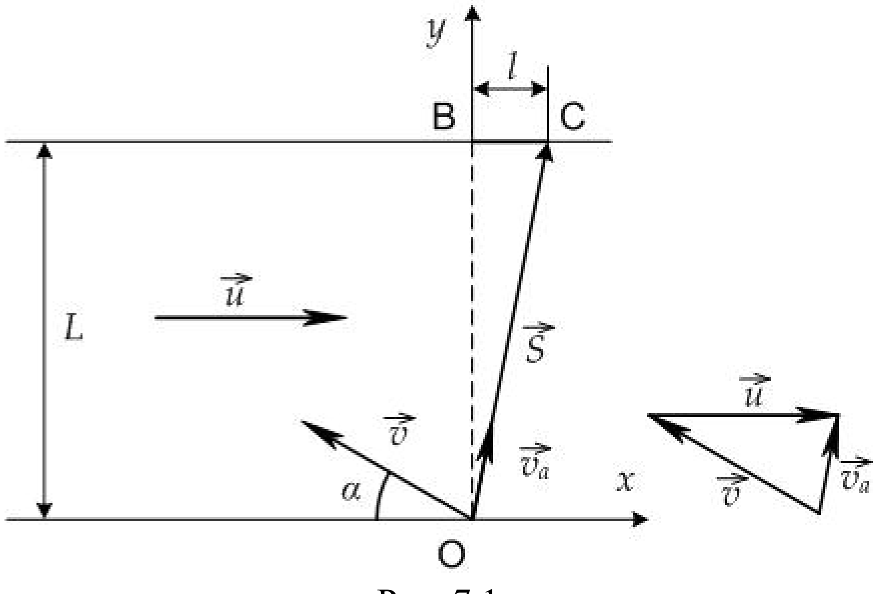

Рис. 7.1

За теоремою додавання швидкостей $\vec{v}_a = \vec{v} + \vec{u}$.

Проекції переміщення $\vec{S}$ на осі системи координат *Ox* та *Oy* дорівнюють:

$$S_x = l,\quad S_y = L.$$

З іншого боку ці ж проекції дорівнюють:

$$S_x = v_{ax} \cdot t = (v_x + u_x) = (-v \cdot cos\alpha + u) \cdot t,$$

$$S_y = v_{ay} \cdot t = v \cdot sin\alpha \cdot t.$$

Отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} l = (u - v \cdot cos\alpha) \cdot t \\ L = v \cdot sin\alpha \cdot t \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему відносно u:

$$\frac{l}{L} = \frac{u - v \cdot cos\alpha}{v \cdot sin\alpha}; \quad \frac{l}{L} \cdot v \cdot sin\alpha = u - v \cdot cos\alpha;$$

$$u = \frac{l}{L} \cdot v \cdot sin\alpha + v \cdot cos\alpha; \quad u = v\left(\frac{l}{L} sin\alpha + cos\alpha\right).$$

Обчислення дають $u = 5{,}02\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Ще один варіант розв'язку.

Зобразимо на рис. 7.2 переміщення човна відносно води $\vec{S}_1$, переміщення води відносно берега $\vec{S}_2$ та переміщення човна відносно берега $\vec{S}$.

З рисунка видно, що $S_2 = u \cdot t$; час переправи знайдемо з рівняння руху човна відносно осі *Oy*:

$$S_y = v_{ay} \cdot t = v \cdot sin\alpha \cdot t, \quad S_y = L.$$

$$L = v \cdot sin\alpha \cdot t, \quad t = \frac{L}{v \cdot sin\alpha}.$$

Отже:

$$u = \frac{S_2}{t}; \quad S_2 = l_1 + l, \quad u = \frac{l_1 + l}{t}.$$

l_1 знайдемо з прямокутного трикутника ABO:

$$l_1 = \frac{L}{tg\alpha}$$

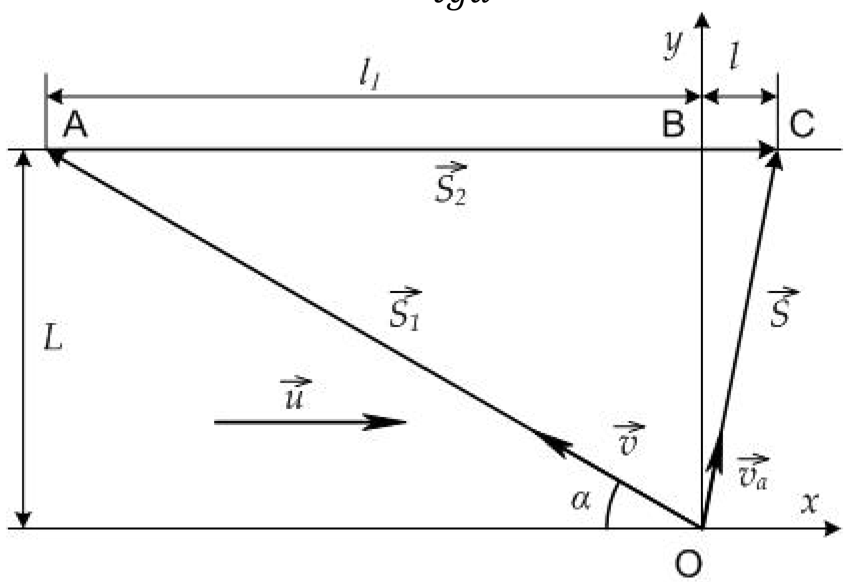

Рис. 7.2

Підставимо вирази для l_1 і t у вираз для u:

$$u = \frac{\left(\frac{L}{tg\alpha} + l\right)}{\frac{L}{v \cdot sin\alpha}} = \left(\frac{1}{tg\alpha} + \frac{l}{L}\right) \cdot\ v \cdot sin\alpha$$

Після перетворень матимемо:

$$u = v\left(cos\alpha + \ \frac{l}{L}sin\alpha\right).$$

Література

1. Збірник різнорівневих завдань для державної підсумкової атестації з фізики / І. М. Гельфгат, В. Я. Колебошин, М. Г. Любченко, В. Л. Манакін, І. Ю. Ненашев, Ю. О. Селезньов, О. В. Хоменко. – Харків : «Гімназія», 2002. – 104 с.

2. Римкевич А. П. Збірник задач з фізики для 9 – 11 класів середньої школи / А. П. Римкевич. – 12-те вид. – Х. : 2006. – 208 с.

3. Фізика. Комплексна підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання / Уклад. : Н. Струж, В. Мацюк, С. Остап'юк. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2016. 432 с.

4. Тести ЗНО. – Режим доступу: https://znoclub.com/dovidnik-zno/637-vsi-testi-zno-minulikh-rokiv-zavdannya-ta-vidpovidi.html

5. Усова А. В. Практикум по решению физических задач / А. В. Усова, Н. Н. Тулькибаева . – [2-е изд.]. – М. : Просвещение, 2001. – 206 с.