

## Розробка інтегрованого уроку з географії та математики в 11 класі

КЗО «Криворізький обласний ліцей-інтернат для сільської молоді»

Вчителі: Варфоломєєва Ірина Миколаївна, Юша Наталя Леонідівна

**Тема:** «Розв'язування задач географічного змісту з використанням карт та статистичних показників»

**Мета:** - *навчальна:* узагальнити та систематизувати знання учнів з теми «Карта», закріпити практичні вміння учнів визначати географічні координати; продовжувати формувати практичні вміння працювати з картою, визначати об'єкти, напрямки, відстані; узагальнити та систематизувати знання учнів з тем: «Відсотки», «Логарифмічна функція», «Коло», «Трикутники»; розвивати в учнів уміння реалізовувати практичні зв'язки курсу математики та географії; підвищити мотивацію учнів до вивчення предметів шкільного курсу;

- *розвиваюча:* розвивати картографічну грамотність, просторову уяву, увагу, розумову активність, пізнавальний інтерес; вдосконалювати вміння діяти за заданим алгоритмом; розвивати особистісну, соціальну й творчу компетентності;

- *виховна:* розвивати пізнавальну самостійність, працелюбність, наполегливість; виховувати зацікавленість картографією; виховувати прагнення досягнення заданої мети шляхом пошуку різних варіантів.

**Тип уроку:** вдосконалення практичних умінь

**Форма уроку:** інтегрований урок з географії та математики

**Обладнання:** карти атласу, лінійки, роздатковий матеріал, ноутбуки, мультимедійний проектор, таблички з назвами груп.

**Форми організації навчання:** фронтальна, індивідуальна, групова

### Структура уроку

- I. Організаційний момент.
- II. Мотивація навчальної діяльності учнів. Повідомлення теми, мети і завдань уроку.
- III. Актуалізація і корекція опорних знань учнів.
- IV. Вдосконалення практичних умінь та навичок.
- V. Первинне узагальнення та систематизація практичних умінь та навичок.
- VI. Підсумок уроку.
- VII. Інструктаж з домашнього завдання.

## Хід уроку.

### I. Організаційний момент.

### II. Мотивація навчальної діяльності учнів. Повідомлення теми та мети уроку.

#### Вступне слово вчителів.

**Вчитель географії:** «Математики кажуть, що математика – цариця усіх наук. У мене питання: цифри – їх не існує в природі...покажіть мені їх! Де вони? А географія – всюди навколо нас» - Веслав Брудзинський (польський сатирик, майстер афоризмів)

**Вчитель математики:** «Цифри не управляють світом, але вони показують, як управляється світ» Йоганн Гете (німецький поет, мислитель)

Сьогодні на уроці ми з вами спробуємо розглянути реальну ситуацію з вашого майбутнього, яка, можливо, доведе нам необхідність співпраці цих двох наук.

Тема нашого уроку **«Розв'язування задач географічного змісту з використанням карт та статистичних показників».**

З теми та нашого діалогу на початку зрозуміло, що сьогодні на уроці географії буде багато математики (а можливо на уроці математики буде багато географії?), тому і урок ми будемо проводити разом.

Для роботи на уроці ми пропонуємо вам об'єднатися на групи: **«Картографи»**, **«Математики»**, **«Туроператори»**, **«Демографи»**. Кожна група буде виконувати свої завдання і представляти результати всім іншим учням.

### III. Актуалізація опорних знань учнів.

*Приєм «незакінчене речення».* Вчителі по черзі задають питання учням.

#### Питання для актуалізації опорних знань (математика):

1. Геометричним місцем точок, рівновіддалених від двох даних точок є... *пряма, перпендикулярна до відрізка, що з'єднує ці точки, і проходить через його середину( серединний перпендикуляр до відрізка).*
2. Коло називається описаним навколо трикутника, якщо воно проходить...*через усі його вершини.*
3. Центром описаного кола навколо трикутника є ...*точка перетину серединних перпендикулярів до бічних сторін трикутника.*
4. Центр описаного кола навколо прямокутного трикутника лежить ...*на середині гіпотенузи.*

5. Радіус описаного кола навколо довільного трикутника обчислюється за формулою...  $R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$ .
6. Дотичною до кола називають пряму, яка має з колом...одну спільну точку.
7. Дотична до кола і радіус, проведений у точку дотику ... *взаємно перпендикулярні*.
8. Логарифмом додатного числа **b** за основою **a** називається...*показник степеня, до якого треба піднести число a, щоб отримати число b.*
9. Логарифми з основою 10 - ...*десяткові*.
- 10.Прологарифмувати вираз означає...*виразити його логарифм через логарифми додатних чисел, що входять до його складу.*

### Питання для актуалізації опорних знань (географія):

1. Масштаб це ... *співвідношення відстані на карті до відстані на місцевості.*
2. Існують такі види масштабу ... *іменований, числовий та лінійний.*
3. Співвідношення в числовому масштабі показує ... *скільки сантиметрів відстані на місцевості відповідає 1 сантиметру відстані на карті.*
4. Горизонт це ... *видима для спостерігача частина земної поверхні.*
5. Лінія горизонту ... *умовна лінія що «з'єднує» земну поверхню і небесну сферу.*
6. Дальність видимого горизонту ... *відтань, яку може спостерігати людина з різної висоти пункту спостереження.*
7. Відстань від екватора до даної точки виражена в градусах це ... *географічна широта.*  
А хіба відстані вимірюють в градусах? Спробуйте дати це визначення як математики.  
*Географічна широта – це кут між площиною екватору та радіусом що з'єднує точку на земній поверхні та центром Землі.*
8. Широта буває ... *північною та південною.*
9. Відстань від нульового меридіану до даної точки виражений в градусах це ... *географічна довгота.*  
*Географічна довгота – це двогранний кут між площиною нульового меридіану та площиною місцевого меридіану даної точки*
- 10.Довгота буває ... *східною та західною.*

#### IV. Вдосконалення практичних умінь та навичок.

**Кейс метод.** *Інструктаж учителів.*

Суть кейс методу – аналіз реальних ситуацій, які відображають практичні проблеми, для розв'язання яких необхідні як теоретичні знання так і практичні уміння набуті вами на попередніх уроках. Тож розглянемо таку ситуацію

**Вчитель математики пропонує учням задачу:** В результаті опитування, проведеного серед учнів вашого класу, ми з'ясували, що значна частина учнів мріють навчатись у вищих навчальних закладах Києва, Харкова та Дніпра. Через деякий час Ви вирішили зустрітись. І тут перед Вами постало питання: в якому місті треба провести зустріч, щоб відстань від цього міста до трьох інших була однаковою?

**Очікувана відповідь:** геометричним місцем точок, рівновіддалених від вершин трикутника є центр описаного кола, а саме точка перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника.

**Вчитель математики:** Добре! А зараз я пропоную вам побудувати точку перетину серединних перпендикулярів, тобто центр описаного кола навколо трикутника КХД (Київ, Харків, Дніпро) та визначити, яке місто ним є.

На інтерактивній дошці проектується карта України, один учень з групи «математики» будує центр описаного кола, інші учні виконують це завдання на ксерокопіях карти України з масштабом 1: 3500000.

**Учень:** центром описаного кола навколо міст Київ, Харків та Дніпро є м. Миргород

*Далі кожна з груп отримує своє завдання. Вчителі виступають як консультанти. Учні представляють розв'язування завдань біля дошки.*

Кожна група сьогодні на уроці буде працювати з 2 кейсами. Працюючи над завданнями, ви будете не лише виконувати завдання, а і оцінювати роботу кожного учня в групі. Для цього ми пропонуємо вам по завершенню кожного етапу роботи заповнювати лист самооцінювання.

#### Лист самооцінювання

Прізвище, ім'я учнів	1 кейс (максимальна кількість - 5 балів)	2 кейс (максимальна кількість - 5 балів)	Фішбоун (максимальна кількість - 2 бали)

### Поради по заповненню листа самоцінювання:

1 бал – брав участь у обговоренні.

1 бал – висував власні ідеї.

1 бал – виконував індивідуальне завдання (будував малюнок, готовив текст виступу, виконував завдання з картою, працював в мережі Інтернет, тощо).

1 бал – представляв результати роботи в групі.

1 бал – здійснював управління груповою роботою.

Перший кейс уже на ваших моніторах. У вас 10 хвилин на його виконання. Результати вашої роботи один учень з кожної групи представить біля дошки.

#### 1 кейс. Група «географи».

Користуючись картами, визначте географічні координати (до хвилин) міст де ви будете навчатись. Користуючись Гугл картами <https://della.com.ua/distance/> визначте відстань від ваших міст до міста зустрічі – м. Миргород. Який час вам доведеться пробути в дорозі, якщо ви будете використовувати автомобіль для подорожі?

*Очікувані відповіді учнів*

**Київ** –  $50^{\circ}30'$  північної широти  $30^{\circ}30'$  східної довготи, висота над рівнем моря 187 м.

Відстань Київ – Миргород 252 км, 2 години 53 хв автомобілем

**Дніпро** –  $48^{\circ}30'$  північної широти  $35^{\circ}$  східної довготи, висота над рівнем моря 140 м.

Відстань Дніпро – Миргород 294 км, 4 год 1 хв

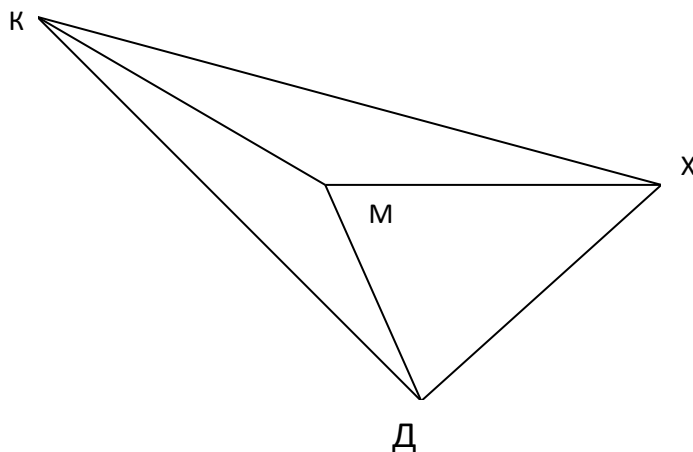
**Харків** –  $50^{\circ}$  північної широти  $36^{\circ}15'$  східної довготи, висота над рівнем моря 113 м.

Відстань Харків – Миргород 238 км, 3 год 19 хв

#### 1 кейс. Група «математики»

Знайти радіус описаного кола, навколо трикутника КХД.

Розв'язання



К – Київ, Х – Харків, Д – Дніпро, М – Миргород

КХ = 11,7 см, КД = 11,3 см, ХД = 5,2 см.

КМ = ДМ = ХМ = R

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}, \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ - формула Герона}$$

$$p_{\triangle K\hat{E}H} = \frac{11,7 + 11,3 + 5,2}{2} = 14,1 \text{ (см)}$$

$$S_{\triangle K\hat{E}H} = \sqrt{14,1(14,1-11,7)(14,1-11,3)(14,1-5,2)} = \sqrt{14,1 \cdot 2,4 \cdot 2,8 \cdot 8,9} \approx \sqrt{144 \cdot 0,25 \cdot 0,25 \cdot 10 \cdot 9} = 12 \cdot 0,25 \cdot 3\sqrt{10} \approx 9 \cdot 3 = 27 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$R = \frac{11,7 \cdot 11,3 \cdot 5,2}{4 \cdot 27} = \frac{1,3 \cdot 11,3 \cdot 1,3}{3} \approx \frac{19}{3} \approx 6,1 \text{ (см)}$$

Отже, відстань від даних міст до м. Миргород на географічній карті України з масштабом 1: 3500000 становить 6,1 см.

### 1 кейс. Група «демографи»

Кількість населення в містах Дніпро, Харків, Київ за даними Державної служби статистики України (з сайту <http://www.ukrstat.gov.ua>) становить:

рік	м. Київ	Дніпро	Харків
2016 р	2 906 569	983 258	1 439 036
2017 р	2 925 760	986 258	1 449 700

Користуючись цими даними розв'яжіть наступні задачі при незмінному прирості населення:

- 1) Визначте кількість населення в м. Харків у 2023 році.
- 2) На скільки відсотків зміниться населення в м. Дніпро у 2025 році порівняно з 2017 р.?
- 3) Через скільки років населення в м. Київ збільшиться у 1,5 рази?

Розв'язання

Для розв'язання задач використаємо формулу складних відсотків:  $A_n = A_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$

Переформулюємо дану формулу:  $N = N_0 (1 + v)^n$ , де

N – кількість населення в майбутньому

$N_0$  - кількість населення в базовому (відомому) році

v - щорічний приріст населення (десятковий дріб)

n - кількість років

$$1) \hat{a} = \frac{1449700 - 1439036}{1449700} = \frac{10664}{1449700} \approx 0,007$$

$$n = 2023 \text{ р} - 2017 \text{ р} = 6 \text{ р.}$$

$$\hat{I} = 1449700(1 + 0,007)^6 \approx 1449700 \cdot 1,02 = 1507688$$

Отже, при незмінному прирості населення у 2023 р в м. Харків кількість населення складатиме 1507688 осіб.

Відповідь: 1507688 осіб.

$$2) \hat{a} = \frac{986258 - 983258}{986258} = \frac{3000}{986258} \approx 0,003$$

$$n = 2025 \text{ р} - 2017 \text{ р} = 8 \text{ р.}$$

$$\hat{I} = 986258(1 + 0,003)^8 \approx 986258 \cdot 1,024 \approx 1009928.$$

$$\frac{1009928 - 986258}{1009928} \cdot 100\% = \frac{23670}{1009928} \cdot 100\% = 2,3\%$$

Отже, при незмінному прирості населення у 2025 р в м. Дніпро кількість населення збільшиться на 2,3%

Відповідь: збільшиться на 2,3 %.

$$3) \hat{a} = \frac{2925760 - 2906569}{2925760} = \frac{19191}{2925760} \approx 0,0066.$$

$$2925760 \cdot 1,5 = 2925760(1 + 0,0066)^n$$

$$1,5 = (1,0066)^n$$

Прологарифмуємо дане рівняння за основою 10:

$$\lg 1,5 = \lg(1,0066)^n$$

$$\lg 1,5 = n \cdot \lg(1,0066)$$

$$n = \frac{\lg 1,5}{\lg 1,0066} \approx \frac{0,18}{0,0029} \approx 62$$

Отже, при незмінному прирості населення в м. Київ кількість населення збільшиться у 1,5 рази через 62 роки.

Відповідь: через 62 роки.

### 1 кейс. Група «туроператори»

Користуючись доступними вам джерелами інформації визначте найбільш відомі (туристичні місця) в тих населених пунктах, де ви будете навчатись. Розкажіть про них вашим друзям (не менш ніж 3-4 об'єкти в кожному місті)

Вкажіть назву об'єкту, його тип, адресу, цінність для туристів.

*Очікувані відповіді учнів.*

**м. Київ.** Києво-Печерська Лавра, Софія Київська, Андріївський узвіз.

**м. Харків.** Європейська площа, головний корпус ХНУ ім. Каразіна

**м. Дніпро.** Спасо-Преображенський кафедральний собор, історичний музей ім. Д. Яворницького, діарама «Батва за Дніпро»

Перейдемо до виконання 2 кейсу, він уже на ваших моніторах. У вас 5 хвилин на його виконання. Результати вашої роботи один учень з кожної групи представить біля дошки.

### 2 кейс. Група «географи».

Користуючись картами, визначте географічні координати (до хвилин) Миргорода. Користуючись Гугл картами <https://della.com.ua/distance/> визначте який час вам доведеться пробути в дорозі, якщо ви будете використовувати залізничний транспорт для подорожі?

#### *Очікувані відповіді учнів*

**Миргород** – 50<sup>0</sup> північної широти 33<sup>0</sup>36' східної довготи, висота над рівнем моря 100 м.

Дорога Київ – Миргород 2 год 14 хв (3 год 26 хв)

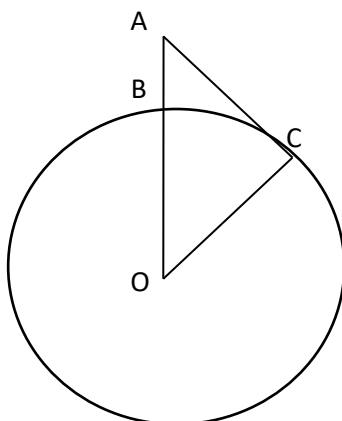
Дорога Дніпро – Миргород (між іншим через Харків) 9 год 13 хв (12 год 57 хв)

Дорога Харків – Миргород 2 год 30 хв (3 год 28 хв)

### 2 кейс. Група «математики»

Визначте, як далеко можна побачити навколо себе з верхівки Успенського собору м. Миргород, якщо його висота – 23,4 м.

#### Розв'язання



Видима частина земної поверхні, яку людина бачить навколо себе під час спостереження – це горизонт. На відкритій місцевості – це коло, центр якого знаходиться в точці спостереження. Площиною видимого горизонту називається уявна горизонтальна площина, яка проходить повз око спостерігача. Її дальність залежить від висоти розташування спостерігача над земною поверхнею.

$$OC = R_{\text{Землі}} = 6371 \text{ км} = 6371000 \text{ м}$$



$$AB = H_{\text{Успенського собору}} = 23,4 \text{ м}$$

Відстань від верхівки Успенського собору до центра Землі:

$$AO = OB + BA = 6371000 \text{ м} + 23,4 \text{ м} = 6371023,4 \text{ м}$$

Видимість лінії горизонту визначаємо дотичною до горизонту в точці С.

З  $\triangle OAC$ :  $\angle OCA = 90^\circ$  за теоремою Піфагора знайдемо AC:

$$AC^2 = AO^2 - OC^2,$$

$$AC = \sqrt{6371023,4^2 - 6371000^2} = \sqrt{(6371023,4 - 6371000)(6371023,4 + 6371000)} =$$

$$\sqrt{23,4 \cdot 12742223} \approx \sqrt{23,4 \cdot 12,7 \cdot 10^6} \approx \sqrt{297,18 \cdot 10^3} \approx 17,2 \cdot 10^3 \text{ м} = 17,2 \text{ км}$$

Відповідь: з верхівки Успенського собору можна побачити відстань, рівну 17,2 км.

## 2 кейс. Група «демографи»

Кількість населення в м. Миргород за даними Державної служби статистики України становить: 2016 р. - 40 195 ч., 2017 р. - 39 729 ч. Визначте, як зміниться кількість населення у 2030 р.

$$\hat{a} = \frac{39729 - 40195}{39729} = \frac{-466}{39729} \approx -0,01$$

$$n = 2030 \text{ р} - 2017 \text{ р} = 13 \text{ р.}$$

$$\hat{I} = 39729(1 - 0,01)^{13} \approx 39729 \cdot 0,88 \approx 34961$$

Отже, при незмінному прирості населення у 2030 р в м. Миргород кількість населення складатиме 34961 осіб, що на  $(39\ 729 - 34961) = 4768$  осіб менше, ніж у 2017 році, що складає 12%.

Відповідь: зменшилося на 12%.

## 2 кейс. Група «туроператори»

Користуючись доступними вам джерелами інформації визначте готель де Ви зможете зупинитись в м Миргород, кафе чи ресторан для дружньої вечірки та найбільш відомі (туристичні місця). Розкажіть про них вашим друзям (не менш ніж 3-4 об'єкти)

Вкажіть назву об'єкту, його тип, адресу, цінність для туристів.

### *Очікувані відповіді учнів.*

**м. Миргород.** Готельно-ресторанні комплекси – Миргород, Гоголь, Еней туристичні місця: село Великі Сорочинці, Успенський собор (УПЦ МП), Миргородський краєзнавчий музей.

## V. Первинне узагальнення та систематизація практичних умінь та навичок.

### Приєм Фішбоун.

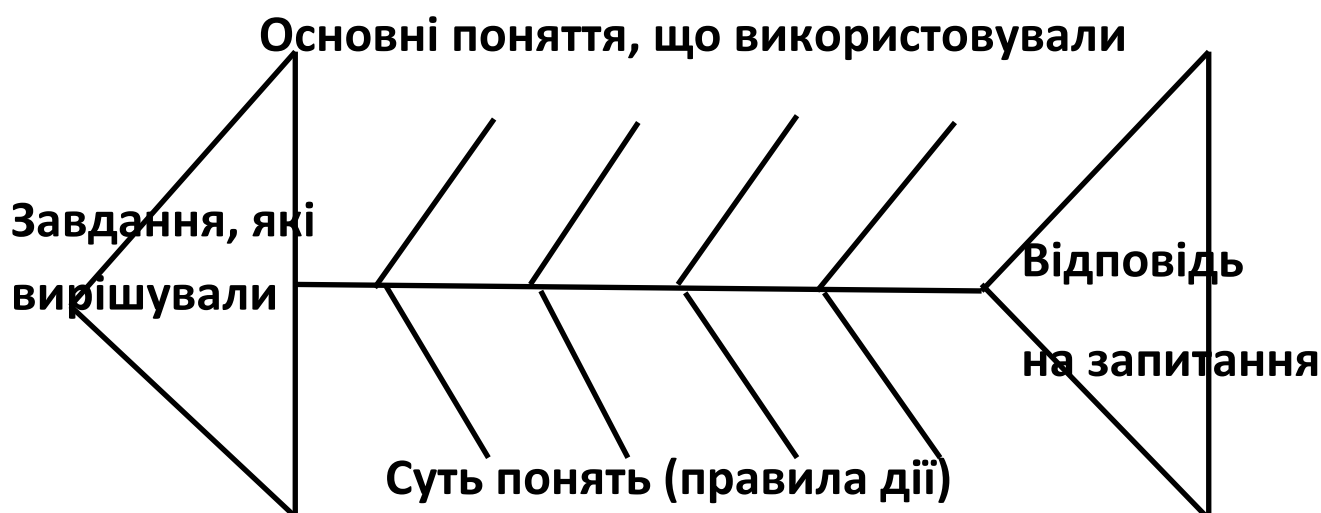
Фішбоун у перекладі означає риб'яча кістка. Ми повинні з вами заповнити фішбоун за вашими кейсами за такими правилами.

**Голова** – завдання, що ви вирішували.

**Верхні кісточки** – основні поняття що ви використовували.

**Нижні кісточки** – суть понять (правила дії).

**Хвіст** – відповідь на запитання.



Наприклад, **фішбоун «Масштаб»**

**Голова** – визначення відстаней на місцевості за допомогою масштабу.

**Верхні кісточки** – числовий масштаб (1 кістка), іменованій масштаб (2 кістка).

**Нижні кісточки** – числовий масштаб показує, скільки сантиметрів відстані на місцевості відповідає 1 сантиметру відстані на карті (1 кістка), іменованій масштаб показує співвідношення відстані на карті (що подана в сантиметрах) до відстані на місцевості (що подані в метрах чи кілометрах) – 2 кістка.

**Хвіст** – для визначення відстані на місцевості необхідно перевести числовий масштаб в іменованій, а потім відстань на карті помножити на відстань в км (чи м) що подані в іменованому масштабі.

### Завдання для фішбоуна

**Картографи:** «Визначення географічних координат»

**Математики:** «Визначення радіуса описаного кола»

**Демографи:** «Визначення кількості населення через певний відрізок часу при незмінному прирості населення»

**Туроператори:** «Складання плану одноденної екскурсії»

## **VI. Підсумок уроку.**

*Оцінювання роботи учнів на уроці – кожна група здає заповнені листи само оцінювання.*

Наш урок добігає до кінця. Ми сподіваємось, він довів вам, що географія навколо нас, але пізнавати її можна і з допомогою математики.

Можливо наші фішбоуни дадуть вам можливість почувати себе як риба в воді у справжніх життєвих ситуаціях.

## **VII. Інструктаж з домашнього завдання.**

**Географія.** Визначити, яким буде місце зустрічі, якщо ваші однокласники навчаються у Кривому Розі, Кропивницькому та Запоріжжі. Підготувати інформацію про даний населений пункт: координати, відстані, туристичний маршрут.

**Математика.** Обчислити радіус описаного кола навколо трикутника РКЗ.

Вивести формулу для визначення дальності видимого горизонту з висоти **Н**.

### Лист самооцінювання

Прізвище, ім'я учнів	1 кейс (максимальна кількість балів - 5)	2 кейс (максимальна кількість балів - 5)	Фішбоун (максимальна кількість балів - 2)

Поради по заповненню листа сам оцінювання:

1 бал – брав участь у обговоренні.

1 бал – висував власні ідеї.

1 бал – виконував індивідуальне завдання (будував малюнок, готовив текст виступу, виконував завдання з картою, працював в мережі Інтернет, тощо).

1 бал – представляв результати роботи в групі.

1 бал – здійснював управління груповою роботою.

### Лист самооцінювання

Прізвище, ім'я учнів	1 кейс (максимальна кількість - 5 балів)	2 кейс (максимальна кількість - 5 балів)	Фішбоун (максимальна кількість - 2 бали)

Поради по заповненню листа сам оцінювання:

1 бал – брав участь у обговоренні.

1 бал – висував власні ідеї.

1 бал – виконував індивідуальне завдання (будував малюнок, готовив текст виступу, виконував завдання з картою, працював в мережі Інтернет, тощо).

1 бал – представляв результати роботи в групі.

1 бал – здійснював управління груповою роботою.

**1 кейс. Група «Географи».**

Користуючись картами, визначте географічні координати (до хвилин) міст де ви будете навчатись. Користуючись Гугл картами <https://della.com.ua/distance/> визначте відстань від ваших міст до місця зустрічі – м. Миргород. Який час вам доведеться пробути в дорозі, якщо ви будете використовувати автомобіль для подорожі?

**1 кейс. Група «Математики»**

Знайти радіус описаного кола, навколо трикутника КХД.

**1 кейс. Група «Демографи»**

Кількість населення в містах Дніпро, Харків, Київ за даними Державної служби статистики України (з сайту <http://www.ukrstat.gov.ua>) становить:

рік	м. Київ	Дніпро	Харків
2016 р	2 906 569	983 258	1 439 036
2017 р	2 925 760	986 258	1 449 700

Користуючись цими даними розв'яжіть наступні задачі при незмінному прирості населення:

- 1) Визначте кількість населення в м. Харків у 2023 році.
- 2) На скільки відсотків зміниться населення в м. Дніпро у 2025 році порівняно з 2017 р.?
- 3) Через скільки років населення в м. Київ збільшиться у 1,5 рази?

**1 кейс. Група «Туроператори»**

Користуючись доступними вам джерелами інформації визначте найбільш відомі (туристичні місця) в тих населених пунктах, де ви будете навчатись. Розкажіть про них вашим друзям (не менш ніж 3-4 об'єкти в кожному місті)

Вкажіть назву об'єкту, його тип, адресу, цінність для туристів.

**2 кейс. Група «Географи».**

Користуючись картами, визначте географічні координати (до хвилин) Миргорода. Користуючись Гугл картами <https://della.com.ua/distance/> визначте який час вам доведеться пробути в дорозі, якщо ви будете використовувати залізничний транспорт для подорожі?

**2 кейс. Група «Математики»**

Визначте, як далеко можна побачити навколо себе з верхівки Успенського собору м. Миргород, якщо його висота – 23,4 м.

**2 кейс. Група «Демографи»**

Кількість населення в м. Миргород за даними Державної служби статистики України становить: 2016 р. - 40 195 ч., 2017 р. - 39 729 ч. Визначте, як зміниться кількість населення у 2030 р.

**2 кейс. Група «Туроператори»**

Користуючись доступними вам джерелами інформації визначте готель де Ви зможете зупинитись в м Миргород, кафе чи ресторан для дружньої вечірки та найбільш відомі (туристичні місця). Розкажіть про них вашим друзям (не менш ніж 3-4 об'єкти)

Вкажіть назву об'єкту, його тип, адресу, цінність для туристів.